Wave Dynamics
Masao Ogata, 1999 Winter: SI 1-3, 7, 13, 19-25

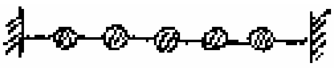
ノート・教科書持ち込み不可

1．

(a) 周波数 80MHz （メガヘルツ）の FM 東京の放送用電波の波長はいくらか。高速は 3.0×10^8 m/sec とする。

(b) 直線偏光の電磁波が飛んでいる時の電場と磁場の様子を図解し、同時に『横波』『平面波』ということについても簡潔に説明せよ (2-3 行程度)。

(c) ５つの重りを図のようにゴムひもで結びつけたものを考える。この系の横波を考えたときの基準振動モード（５つある）の形を予想して図示せよ。（振動数の低いものから順に示せ）



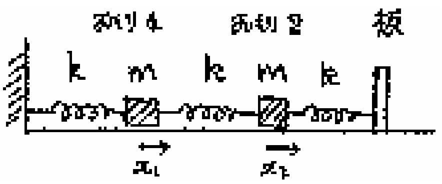
2．右図[1]のような系の微小な縦振動を考える。静止しているときのバネは自然長とし、バネの質量や床からくる摩擦は無視する。

(a) まず、右端の板は摩擦なしで自由に動けるとし、質量も無視する。この場合の運動方程式を立て、２つの固有振動モードの振動数 (ω_1, ω_2) を求めよ ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$ とおけ)。また２つの固有振動の様子（モードの形）の概略を示せ。

(b) 次に、バネが自然長のときの位置に右端の板を固定する。初期値として、おもり１を平衡位置におき、おもり２を右側にａだけ変位させて手を放したとする。この場合の運動方程式を立てて解 $x_1(t), x_2(t)$ を求めよ。

(c) 次に、右端の板を手でつかみ、平衡位置を中心に振動数 ω 振幅 A で左右に動かしたとする。右端の板の座標を $x_3(t) = A\cos\omega t$ として、運動方程式を立てよ。このときの特解 $x_1(t), x_2(t)$ を求めよ。ただし $\omega \neq \omega_0, \omega \neq \sqrt{3}\omega_0$ とする。

(d) (c) の設問で、 x_1 と x_2 の振幅の比を求めよ。ω が非常に大きい時、左側のおもりの振幅はどのようになるか調べ、なぜそのような結果になるかについて理由を説明せよ。



3．長さ L の両端を固定した弦を考え、位置 x での点が時刻 t に $u(x,t)$ だけ変位するとする。この $u(x,t)$ の運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (v = \sqrt{T/\sigma}\text{は定数})$$

(a) このときの固有振動モードを求め、振動数の小さい方から３つ、固有振動数を求めよ。（答えだけではなく、用いた $u(x,t)$ の関数形や途中の論理もわかるように書くこと）

(b) 弦の長さを 50cm、弦の張力を 40N、線密度を $\sigma = 0.01$g/cm であるとする。このとき、最も小さい固有振動数（基準振動の振動数）はいくらか？

(c) 次に、運動方程式が

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \omega_0 u(x,t)$$

の場合を考える。この場合の分散関係を求め、固有振動数の小さい方から３つ、振動モードの形を図示せよ。

[1] 編者注：右ではなく下に掲載した。

(d) 次に、 L が充分長い場合を考え、弦を右向きに伝わる波束を考える。時刻 t=0 において波束の関数形がフーリエ変換を用いて

$$u(x,0) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty A(k)\cos(kx)dk、\quad A(k) = A_0 e^{-(k-k_0)^2}$$

であったとする。この波束が右向きに進んで、時刻 t になったときの波束の形を求めよ。ただし分散関係 ω_k は、 $k=k_0$ の付近で $\omega_k = \omega_{k_0} + v_g(k-k_0)$ と近似できるものとする。この運動の様子を『群速度』『位相速度』という言葉を使って説明せよ。 k_0 は自由文大きいとして、近似式

$$\int_0^\infty e^{-(k-k_0)^2}\cos(kx)dk = \sqrt{\pi}e^{-\frac{x^2}{4}}\cos k_0 x、\quad \int_0^\infty e^{-(k-k_0)^2}\sin(kx)dk = \sqrt{\pi}e^{-\frac{x^2}{4}}\sin k_0 x$$

が成り立つと仮定してよい。